

Exercice 3. Notation

normal

Soit a un réel positif et n un entier positif. Exprimer les valeurs suivantes en utilisant uniquement des nombres entiers, les nombres a et n , les opérations $-$ et \times (pas d'addition, ni de division) et les fonctions \ln (logarithme népérien) et \exp (exponentielle).

Vous pouvez poser des valeurs intermédiaires ou définir de nouvelles fonctions ou opérations à partir des fonctions et opérations autorisées.

Indication :

\log_3 : logarithme en base 3. $\log_3(3) = 1$ $\log_3(27) = 3$ $\log_3(3^n) = n$

1. $\sqrt{7}$

3. $\log_3 4$

5. n^a

2. $\frac{1}{n}$

4. $a + n$

6. $\sqrt[n]{a}$

4

1. $\sqrt{7} = 7^{\frac{1}{2}} = \exp(2^{-1} \times \log_3(7)) = \exp(\log_3(7) \times \exp(-\log_3(2)))$

2. $\frac{1}{m} = m^{-1} = \exp(\ln(m) \times (0-1))$

3. $\frac{\ln(4)}{\ln(3)}$

4. $\ln(e^a \times e^m)$

5. $\exp(\ln(m) \times a)$

6. $a^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a}$
||

$\exp(\frac{\ln(\ln(4)) - \ln(\ln(3))}{\ln(\ln(3))})$

$\exp(a \times \exp(\ln(m) \times (0-1)))$

1. $\sqrt{7} = \exp(\ln(7) \times \exp(-\ln(2)))$

- 2 page - aucun document autorisé - calculatrices interdites - durée : 20 min - remplir sur la feuille - par défaut aucune justification n'est demandée -

Nom :

Prénom :

Groupe :

CORRIGÉ

On rappelle que pour toute paire de réels x et y on a $\exp(x + y) = \exp(x) \times \exp(y)$, et que la fonction \ln (logarithme népérien) est la réciproque de \exp .

Exercice 1. Récurrence

Soient W, R deux suites qui vérifient les propriétés suivantes $W_0 = 2 \quad W_1 = 1 \quad \forall n \geq 0, W_{n+2} = W_n$ 3
 $R_0 = 3 \quad \forall n \geq 0, R_{n+1} = R_n + W_n$
 Calculer R_6

$$\begin{aligned} R_6 &= R_5 + W_5 = R_4 + W_4 + W_3 = R_3 + W_3 + W_2 + W_1 = \\ (\text{suite}) &= R_2 + W_2 + W_1 + W_0 + 1 = R_1 + W_0 + 1 + 2 + 1 \\ &= R_0 + W_0 + 2 + 4 = 3 + 2 + 6 = \boxed{11} \end{aligned}$$

Exercice 2. Expo

Soit un nombre a tel que $\exp(a) = 3$ et soit un nombre b tel que $\exp(b) = 2$.
 Trouver les nombres x, y, z tels que $\exp(x) = 18$, $\exp(y) = 1,5$ et $\exp(z) = 0,5$ 3

$$\begin{aligned} \bullet \quad 18 &= 3 \times 3 \times 2 = \exp(a) \times \exp(a) \times \exp(b) = \exp(a+a) \times \exp(b) \\ &= \exp(2a+b) \quad \boxed{2a+b = x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad 1,5 &= \frac{3}{2} = \frac{\exp(a) \times \exp(b)}{\exp(b)} = \\ &= \exp(a-b) \quad a-b = y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \exp(-b) &= \frac{1}{\exp(b)} = \frac{1}{2} = 0,5 \\ \boxed{-b = z} \end{aligned}$$

Stridant

Exercice 3. Notation

Soit a un réel positif et n un entier positif. Exprimer les valeurs suivantes en utilisant uniquement des nombres entiers, les nombres a et n , les opérations $-$ et \times (pas d'addition, ni de division) et les fonctions \ln (logarithme népérien) et \exp (exponentielle).

Vous pouvez poser des valeurs intermédiaires ou définir de nouvelles fonctions ou opérations à partir des fonctions et opérations autorisées.

Indication :

\log_2 : logarithme en base 2. $\log_2(2) = 1$ $\log_2(8) = 3$

1. $\sqrt{3}$

3. $\frac{1}{a}$

5. $\sqrt[n]{a}$

2. $a + n$

4. $\log_2 5$

6. n^a

4

1. $\exp(\ln(3) \times \exp(0 - \ln(2))) = \exp(\ln(3) \times \exp(-\ln(2)))$
 $= 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

2. $a - (0 - m) = a + m$ 3. $\exp(0 - \ln(a)) = \exp(-\ln(a))$

$= \frac{1}{\exp(\ln(a))} = \frac{1}{a}$

4. $\log_2 5 = \frac{\ln(5)}{\ln(2)}$

5. $\exp(\ln(a) \times \exp(0 - \ln(m)))$

||

6. $m^a = \exp(\ln(m) \times a)$

$\exp(\ln(\ln(5)) - \ln(\ln(2)))$

- 2 page - aucun document autorisé - calculatrices interdites - durée : 20 min - remplir sur la feuille - par défaut aucune justification n'est demandée -

Nom :

Prénom :

Groupe :

CORRIGÉ

On rappelle que pour toute paire de réels x et y on a $\exp(x + y) = \exp(x) \times \exp(y)$, et que la fonction \ln (logarithme népérien) est la réciproque de \exp .

Exercice 1. Récurrence

Soient U, V deux suites qui vérifient les propriétés suivantes $V_0 = 1 \quad V_1 = 2 \quad \forall n \geq 0, V_{n+2} = V_n$
 $U_0 = 0 \quad \forall n \geq 0, U_{n+1} = U_n + V_n$

Calculer U_6

$$\begin{aligned} U_6 &= U_5 + V_5 = U_4 + V_4 + V_3 = U_3 + V_3 + V_2 + V_1 = U_2 + V_2 + V_1 \\ &+ V_0 + 2 = U_1 + V_1 + V_0 + 2 + 1 + 2 = V_0 + U_0 + 2 + 1 + 5 \\ &= 1 + 0 + 8 = \boxed{9} \end{aligned}$$

Exercice 2. Expo

Soit un nombre a tel que $\exp(a) = 5$ et soit un nombre b tel que $\exp(b) = 7$.

Trouver les nombres x, y, z tels que $\exp(x) = 35$, $\exp(y) = 1,4$ et $\exp(z) = 0,2$

$$\bullet \exp(a+b) = \exp(a) \times \exp(b) = 35 \quad \text{donc } x = a+b$$

$$\bullet \exp(b-a) = \frac{\exp(b)}{\exp(a)} = \frac{7}{5} = 1,4 \quad \text{donc } y = b-a$$

$$\bullet \exp(-a) = \frac{1}{\exp(a)} = \frac{1}{5} = 0,2 \quad \text{donc } z = -a$$

$$\exp(0) = 1 \quad \text{car} \quad \exp(0+1) = \exp(1) = \exp(0) \times \exp(1)$$

$$\exp(a+(-a)) = \exp(0) \quad \text{donc} \quad \frac{\exp(a)}{\exp(a)} = \exp(0)$$

$$\exp(a) \times \exp(-a) = 1 \quad 1 = \exp(0)$$

$$\text{donc } \exp(-a) = \frac{1}{\exp(a)}$$